فصل ۲۲

جریان و مقاومت الکتریکی

بخش ۲۲-۲ جریان الکتریکی

۱•- در مدت ۴/۰ min جریان ۵/۰ A در سیمی برقرار می‌شود، در این مدت از هر مقطع سیم (الف) چند کولن و (ب) چند الکترون، می‌گذرد؟

حل: (الف) $q = it = (5)(4)(60) = 1200\,\text{C}$

(ب) $N = \dfrac{q}{e} = \dfrac{1200}{1.6\times10^{-19}} = 7.5\times10^{21}$

۲••- SSM شعاع کره‌ای رسانا و منزوی ۱۰ cm است. سیمی جریان ۱/۰۰۰۰۲۰ A را به کره می‌رساند و سیم دیگری یک جریان ۱/۰۰۰۰۰۰ A را از آن خارج می‌کند. افزایش پتانسیل به اندازهٔ ۱۰۰۰ V چقدر طول می‌کشد؟

حل: مقدار باری که در واحد زمان روی کره جمع می‌شود برابر است با

$$\Delta i = (1.000020 - 1.000000) = 2\times10^{-6}\ \text{A}$$

$$\Delta q = (\Delta i)t$$

$$\Delta V = k\frac{\Delta q}{r} = k\frac{(\Delta i)t}{r}$$

$$\Rightarrow 1000 = (9\times10^{9})\frac{(2\times10^{-6})t}{0.1} \Rightarrow t = 5.6\times10^{-3}\ \text{s}$$

۳•••- تسمهٔ بارداری به پهنای ۵۰ cm، در بین مولد بار الکتریکی و کره‌ای با سرعت ۳۰ m/s حرکت می‌کند. این تسمه بار را با آهنگ ۱۰۰ μA به داخل کره منتقل می‌کند. چگالی سطحی بار روی تسمه را محاسبه کنید.

حل: چنانچه فرض کنیم a پهنای تسمه و x طول متغییر آن باشد در این صورت می‌توان نوشت

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{ax} \Rightarrow q = \sigma ax$$

$$\Rightarrow \frac{dq}{dt} = \sigma a\frac{dx}{dt} \Rightarrow i = \sigma a v \Rightarrow \sigma = \frac{i}{aV}$$

$$\sigma = \frac{100\times10^{-6}}{(50\times10^{-2})(30)} = 6.67\times10^{-6}\ \text{C/m}^2$$

بخش ۲۲-۲ جریان الکتریکی

۴•- سازمان ملی کدگذاری الکتریکی (امریکا)، بیشینهٔ جریان‌های مجاز برای سیم‌های مسی با روکش لاستیکی با قطرهای مختلف را تعیین می‌کند، که در جدول زیر (بخشی) از آن داده شده است. چگالی جریان مجاز را برحسب تابعی از قطر رسم کنید. کدام شمارهٔ سیم دارای بیشترین چگالی جریان

مجاز است؟ (شمارهٔ سیستم نشان دهندهٔ قطر سیم و $1\text{mil} = ۱۰^{-۳}$ in است)

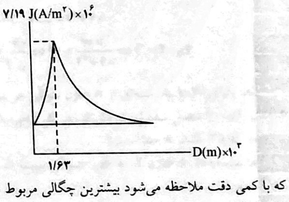
شمارهٔ سیم	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
قطر، میل	۲۰۴	۱۶۲	۱۲۹	۱۰۲	۸۱	۶۴	۵۱	۴۰
جریان مجاز، A	۷۰	۵۰	۳۵	۲۵	۲۰	۱۵	۶	۳

حل: برای چگالی جریان داریم

$$j=\frac{i}{A}=\frac{i}{\pi R^۲}=\frac{۴i}{\pi D^۲} \qquad (D=۲R)$$

بزرگی چگالی جریان را در یکاهای SI به دست می‌آوریم و جدول داده شده را بازنویسی می‌کنیم.

شماره سیم	قطر $\times۱۰^{-۳}$ (m)	جریان مجاز (A)	چگالی مجاز $\times۱۰^{۶}$ (A/m²)
۴	۵/۱۸	۷۰	۳/۳۲
۶	۴/۱۱	۵۰	۳/۷۷
۸	۳/۲۸	۳۵	۴/۱۴
۱۰	۲/۶	۲۵	۴/۷۱
۱۲	۲/۰۶	۲۰	۶
۱۴	۱/۶۳	۱۵	۷/۱۹
۱۶	۱/۳۰	۶	۴/۵۲
۱۸	۱/۰۲	۳	۳/۶۷



که با کمی دقت ملاحظه می‌شود بیشترین چگالی مربوط به سیم شمارهٔ ۱۴ است.

●۵- SSM WWW باریکه‌ای شامل $۲/۰\times۱۰^{۸}$ یون مثبت دو بار یونیده در هر سانتی‌متر مکعب است که همگی آنها با تندی $۱/۰\times۱۰^{۵}$ m/s به سوی شمال حرکت می‌کنند. (الف) بزرگی و (ب) جهت چگالی جریان $\vec{J}$ چیست؟ (پ) به چه کمیت دیگری برای محاسبهٔ جریان کل i در این باریکهٔ یونی نیاز دارید؟

حل: (الف) چگالی جریان از رابطه زیر به دست می‌آید. (ضریب ۲ را باید به خاطر یونیزه بودن مولکول‌ها اضافه کرد، $q=۲e$).

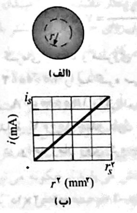
$$n=۲\times۱۰^{۸}/\text{cm}^۳=۲\times۱۰^{۱۴}\ \text{m}^{-۳}$$

$$j=nqv=n(۲e)v=(۲\times۱۰^{۱۴})(۲\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹})(۱\times۱۰^{۵})$$
$$=۶/۴\ \text{A/m}^۲$$

(ب) چون یون‌ها مثبت هستند لذا جهت جریان و چگالی جریان در جهت حرکت یون‌ها می‌باشد و در اینجا به سوی شمال است.

(پ) باید سطح مقطع بار دیگر مشخص باشد تا بتوان جریان را محاسبه کرد.

●۶- یک سیم استوانه‌ای معین حامل جریان است. دایره‌ای به شعاع r نسبت به محور مرکزی آن در شکل ۲۲-۲۴ الف رسم می‌کنیم و می‌خواهیم جریان i داخل دایره را تعیین کنیم. شکل ۲۲-۲۳ ب جریان i را برحسب تابعی از $r^۲$ نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $i_s=۴/۰$ mA و محور افقی با $r_s^۲=۴/۰$ mm مشخص شده است. (الف) آیا چگالی جریان یکنواخت است؟ (ب) اگر این طور است بزرگی آن چقدر است؟



شکل ۲۲-۲۳ مسئلهٔ ۶

حل: (الف) برای چگای جریان داریم $j=\frac{L}{\pi r^۲}$ لذا از روی شکل در می‌یابیم که که چگالی جریان یکنواخت است.

(ب)
$$j=\frac{i}{\pi r^۲}=\frac{۰/۰۰۵}{\pi(۴\times۱۰^{-۶})}=۳/۹\times۱۰^{۲}\ \text{A/m}^۲$$

از این نتیجه نیز دیده می‌شود که چگالی جریان یکنواخت است.

●۷- فیوز یک مدار الکتریکی سیمی است که چنان طراحی شده که اگر جریان از یک مقدار پیش‌بینی شده بیشتر شود ذوب می‌شود و مدار را باز می‌کند. فرض کنید که وقتی چگالی جریان به بیش از ۴۴۰ A/cm² می‌رسد ماده به کار رفته در فیوز ذوب می‌شود. قطر یک سیم استوانه‌ای که برای محدود کردن جریان به ۰/۵۰ A در فیوز به کار می‌رود، باید چقدر باشد؟

حل:

$$j=\frac{i}{A}=\frac{i}{\pi r^۲}\Rightarrow r=\sqrt{\frac{i}{\pi J}}=\sqrt{\frac{۰/۵}{\pi(۴۴۰\times۱۰^{-۴})}}$$
$$=۱/۹\times۱۰^{-۴}\ \text{m}$$
$$D=۲r=۲(۱/۹\times۱۰^{-۴})=۳/۸\times۱۰^{-۴}\ \text{m}$$

●۸- جریان کوچک ولی قابل اندازه‌گیری $۱/۲\times۱۰^{-۱۰}$ A در یک سیم مسی به قطر ۲/۵ mm برقرار است. تعداد حامل‌های بار بر یکای حجم $۸/۴۹\times۱۰^{۲۸}\ \text{m}^{-۳}$ است. با فرض اینکه جریان یکنواخت باشد، (الف) چگالی جریان و (ب) تندی سوقی الکترون را محاسبه کنید.

حل: (الف) بزرگی چگالی جریان برابر است با:

$$j=\frac{i}{A}=\frac{i}{\pi R^۲/۴}=\frac{۴(۱/۲\times۱۰^{-۱۰})}{\pi(۲/۵\times۱۰^{-۳})^۲}=۲/۴\times۱۰^{-۵}\ \text{A/m}^۲$$

(ب) تندی رانشی الکترون‌ها نیز برابر است با

$$v_d=\frac{j}{ne}=\frac{۲/۴\times۱۰^{-۵}}{(۸/۴۷\times۱۰^{۲۸})(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})}=۱/۸\times۱۰^{-۱۵}\ \text{m/s}$$

●●۹- بزرگی $J(r)$ چگالی جریان در یک سیم استوانه‌ای معین برحسب تابعی از فاصلهٔ شعاعی از مرکز مقطع سیم به صورت $J(r)=Br$ است، که در آن r برحسب متر، J برحسب آمپر بر متر مربع و $B=۲/۰۰\times۱۰^{۵}\ \text{A/m}^۳$ است. این تابع در خارج از شعاع ۲/۰۰ mm سیم برقرار است. اگر پهنای شعاعی حلقه ۱۰/۰ μm و در فاصلهٔ شعاعی ۱/۲۰mm واقع باشد، چقدر جریان در پهنای این حلقه هم مرکز با سیم وجود دارد؟

حل:
$$i=\int jdA=\int_{۱/۲}^{۱/۲۱}Br۲\pi r\,dr=\frac{۲}{۳}\pi B\left[(۱/۲۱)^۳-(۱/۲)^۳\right]$$
$$=\frac{۲}{۳}(۳/۱۴)(۲\times۱۰^{۵})\left[(۱/۲۱)^۳-(۱/۲)^۳\right]$$
$$=۱/۸۲\times۱۰^{-۵}\ \text{A}$$

●●۱۰- بزرگی J چگالی جریان در سیم معینی با مقطع دایره‌ای به شعاع $R=۲/۰۰$ mm با $J=(۳/۰۰\times۱۰^{۸})r^۲$ داده می‌شود، که در آن J برحسب آمپر بر متر مربع و r فاصلهٔ شعاعی برحسب متر است. چه جریانی از بخش بیرونی محدود شده به $r=۰/۹۰۰R$ و $r=R$ می‌گذرد؟

حل:
$$i=\int jdA=\int_{۰/۹R}^{R}(۳\times۱۰^{۸})r^۲۲\pi r\,dr$$
$$=(۳\times۱۰^{۸})(۲\pi)\left(\frac{۱}{۴}\right)\left[R^۴-(۰/۹R)^۴\right]$$
$$=۲/۶\times۱۰^{-۳}\ \text{A}$$

●●۱۱- اگر بزرگی چگالی جریان با (الف) $J_a=J_۰r/R$ و (ب) $J_b=J_۰(۱-r/R)$ داده شود، جریان در سیمی به شعاع $R=۳/۴۰$ mm چقدر است، r فاصلهٔ شعاعی و $J_۰=۵/۵۰\times۱۰^{۴}$ A/m است؟ (پ) چه عملکردی چگالی جریان را در نزدیکی سطح سیم بیشینه می‌کند؟

حل: (الف)
$$i=\int jdA=\int_۰^R j_۰\frac{r}{R}۲\pi r\,dr=\frac{۲}{۳}\pi J_۰R^۲$$
$$=\frac{۲}{۳}(۳/۱۴)(۵/۵\times۱۰^{۴})(۳/۴\times۱۰^{-۳})^۲=۱/۳۳\text{A}$$

(ب)
$$i=\int jdA=\int_۰^R j_۰\left(۱-\frac{r}{R}\right)۲\pi r\,dr=۲\pi J_۰\left[\frac{r^۲}{۲}-\frac{r^۳}{۳R}\right]_۰^R$$

$$=\frac{۱}{۳}\pi j_۰R^۲=\frac{۱}{۳}(۳/۱۴)(۵/۵\times۱۰^{۴})(۳/۴\times۱۰^{-۳})^۲$$
$$=۰/۶۷\text{A}$$

●●۱۲- در نزدیکی سطح زمین، چگالی پروتون‌ها در باد خورشیدی (جریانی از ذره‌های گسیل شده از خورشید) $۸/۷۰\ \text{cm}^{-۳}$ و تندی آنها ۴۷۰ km/s است. (الف) چگالی جریان این پروتون‌ها را پیدا کنید. (ب) اگر میدان مغناطیسی زمین اینها را منحرف نکند و پروتون‌ها به زمین برخورد کنند، در این صورت کل جریانی که زمین دریافت می‌کند چقدر است؟

حل: (الف) با توجه به اینکه $۱cm^۳=۱۰^{-۶}\ m^۳$ است داریم:

$$j=nev=\left(\frac{۸/۷}{۱۰^{-۶}}\right)(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})(۴۷۰\times۱۰^{۳})$$
$$=۶/۴۵\times۱۰^{-۷}\ \text{A/m}^۲$$

(ب) سطح استوای زمین در مقابل این باد خورشیدی قرار دارد.

$$A=\pi R^۲=(۳/۱۴)(۶/۴\times۱۰^{۶})^۲=۱/۲۹\times۱۰^{۱۴}\ \text{m}^۲$$
$$i=jA=(۶/۴۵\times۱۰^{-۷})(۱/۲۹\times۱۰^{۱۴})=۸/۴۴\times۱۰^{۷}\ A$$

●●۱۳- ILW GO چقدر طول می‌کشد تا الکترون‌ها از باتری اتومبیل به استارت موتور برسند؟ فرض کنید که جریان ۳۰۰ A و الکترون‌ها از طریق سیم مسی با مساحت مقطع ۰/۲۱ cm² و به طول ۰/۸۵ m حرکت می‌کنند. تعداد حامل‌های بار بر یکای حجم $۸/۴۹\times۱۰^{۲۸}\ \text{m}^{-۳}$ است.

حل:
$$j=nev_d\Rightarrow\frac{i}{A}=nev_d\Rightarrow v_d=\frac{i}{neA}$$
$$t=\frac{L}{v_d}=\frac{L}{i/neA}=\frac{LneA}{i}$$

که با قرار دادن مقادیر داده شده داریم

$t=۸۰۹/۵s$ یا ۱۳/۵min

بخش ۲۲-۴ مقاومت و مقاومت ویژه

●۱۴- [redacted] اگر جریانی به کوچکی ۵۰ mA از نزدیکی قلب انسان عبور کند باعث مرگ ناشی از برق گرفتگی می‌شود. یک برقکار با دست‌های عرق کرده با دو رسانایی که هر یک را با یک دست نگهداشته است تماس کامل پیدا می‌کند. اگر مقاومت او برابر با ۲۰۰۰ Ω باشد، ولتاژ مرگبار چقدر است؟

حل: ولتاژ مرگبار برابر است با

$$V=iR=(۵۰\times۱۰^{-۳})(۲۰۰۰)=۱۰۰\text{V}$$

●۱۵- SSM پیچه‌ای از ۲۵۰ دور سیم مسی نمره ۱۶ (قطر = ۱/۳mm) به صورت یک لایه دور استوانه‌ای به شعاع ۱۲cm تشکیل شده است. مقاومت این پیچه چقدر است؟ ضخامت عایق بندی قابل چشمپوشی است (از جدول ۲۲-۱ استفاده کنید.)

حل: $A=\pi r^2=\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2=(3/14)\left(\frac{1/33\times10^{-3}}{2}\right)^2$

$=1/33\times10^{-6}\ \mathrm{m^2}$

و طول سیم برابر است با

$L=n2\pi r=(250)(2)(3/14)(0/12)=188/4\mathrm{m}$

حال می‌توان R را به دست آورد.

$$R=\frac{\rho L}{A}=\frac{(1/69\times10^{-8})(188/4)}{1/33\times10^{-6}}=2/4\Omega$$

●۱۶- مس و آلومینیوم در خط انتقال ولتاژ بالا که باید حامل جریان $60/0\ \mathrm{A}$ باشد به کار گرفته می‌شوند. مقاومت بر یکای طول $0/150\Omega/\mathrm{km}$ است. چگالی‌های مس و آلومینیوم به ترتیب $8960\mathrm{kg/m^3}$ و $2600\mathrm{kg/m^3}$ است. (الف) بزرگی J چگالی جریان و (ب) جرم بر یکای طول λ را برای کابل مسی و (پ) J و (ت) λ را برای کابل آلومینیومی محاسبه کنید.

حل: (الف) برای مس داریم:

$R=\rho_{cu}\frac{L}{A}\Rightarrow 0/15=(1/69\times10^{-8})\frac{(1000)}{A}$

$\Rightarrow A=1/13\times10^{-4}\ \mathrm{m^2}$

$J_{cu}=\frac{i}{A}=\frac{60}{(1/13\times10^{-4})}=5/31\times10^5\ \mathrm{A/m^2}$

(ب) $\frac{m}{L}=\rho A=(8960)(1/13\times10^{-4})=1/01\mathrm{kg/m}$

(پ) $R=\rho_{Al}\frac{L}{A}\Rightarrow 0/15=(2/75\times10^{-8})\frac{100}{A}$

$\Rightarrow A=1/83\times10^{-4}\ \mathrm{m^2}$

$J_{Al}=\frac{i}{A}=\frac{60}{1/83\times10^{-4}}=3/28\times10^5\ \mathrm{A/m^2}$

(ت) $\frac{m}{L}=\rho A=(2600)(1/83\times10^{-4})=0/476\mathrm{kg/m}$

●۱۷- طول سیمی از نیکروم (آلیاژی از نیکل- کروم- آهن که معمولاً در سیم‌های گرم کننده به کار می‌رود.) $1/0\mathrm{m}$ و مساحت مقطع آن $1/0\ \mathrm{mm^2}$ است. هرگاه اختلاف پتانسیل اعمال شده بین دو سر آن $2/0\mathrm{V}$ باشد، جریان $4/0\mathrm{A}$ از آن می‌گذرد. رسانندگی σ نیکروم را محاسبه کنید.

حل: $R=\frac{V}{i}=\frac{2}{4}=0/5\Omega$

$R=\rho\frac{L}{A}=\frac{1}{\sigma}\frac{L}{A}\Rightarrow\sigma=\frac{L}{RA}=\frac{1}{(0/5)(1\times10^{-3})^2}$

$=2\times10^6\frac{1}{\Omega\cdot\mathrm{m}}$

●۱۸- مقاومت سیمی به طول $4/00\mathrm{m}$ و قطر $6/00\mathrm{mm}$ برابر با $15/0\mathrm{m\Omega}$ است. اختلاف پتانسیل $23/0\ \mathrm{V}$ به دو سر آن اعمال می‌شود. (الف) جریان در سیم چقدر است؟ (ب) بزرگی چگالی جریان چقدر است؟ (پ) مقاومت ویژهٔ مادهٔ سیم را محاسبه کنید. (ت) با استفاده از جدول ۲۲-۱ جنس سیم را مشخص کنید.

حل: (الف) جریان در سیم برابر است با:

$i=\frac{V}{R}=\frac{23}{15\times10^{-3}}=1/53\times10^3\ \mathrm{A}$

(ب) $j=\frac{i}{A}=\frac{4i}{\pi D^2}=\frac{4(1/53\times10^3)}{(3/14)(6\times10^{-3})}=5/41\times10^7\ \mathrm{A/m^2}$

(پ) با استفاده از جدول مشاهده می‌شود جنس سیم پلاتین است.

●۱۹- SSM قطر یک سیم رسانا $1/0\ \mathrm{mm}$، طول آن $2/0\ \mathrm{m}$ و مقاومت آن $50\ \mathrm{m\Omega}$ است. مقاومت ویژهٔ مادهٔ آن چقدر است؟

حل: $A=\pi r^2=(3/14)(0/5\times10^{-3})^2=7/85\times10^{-7}\ \mathrm{m^2}$

حال می‌توان ρ را به دست آورد.

$$R=\frac{\rho L}{A}\Rightarrow 0/05=\frac{\rho(2)}{7/85\times10^{-7}}\Rightarrow\rho=2\times10^{-8}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$$

●۲۰- مقاومت سیمی برابر با R است. مقاومت سیم دیگری که از همان جنس ساخته شده و طول و قطر آن نصف شده باشد، چقدر است؟

حل: $R_1=R=\frac{\rho L_1}{A_1}\qquad R_2=R=\frac{\rho L_2}{A_2}$

از تقسیم کردن دو رابطه بر هم داریم:

$$\frac{R_2}{R}=\frac{L_2A_1}{L_1A_2}=\left(\frac{1}{2}\right)(4)=2\Rightarrow R_2=2R$$

●●۲۱- ILW یک لامپ فلاش معمولی در $0/30\mathrm{A}$ و $2/9\ \mathrm{V}$ (مقدارهای جریان و ولتاژ در شرایط کاری) کار می‌کند. اگر مقاومت رشتهٔ تنگستن در دمای اتاق $(20°\mathrm{C})$ $1/1\Omega$ باشد، دمای رشته در هنگام روشن بودن چقدر است؟

حل: مقاومت رشته لامپ، وقتی لامپ روشن است برابر است با:

$R=\frac{V}{i}=\frac{2/9}{0/3}=9/7\Omega$

$R=R_0[1+\alpha\Delta T]\Rightarrow 9/7=(1/1)[1+(4/5\times10^{-3})(T-20°)]$

●●۲۲- [redacted] پرواز بادبادک در توفان. این کار برجسته که بنیامین فرانکلین بادبادکی را موقع شروع توفان به پرواز درآورد فقط کاری بزرگ است- او نه احمق بود و نه می‌خواست خودکشی کند. فرض کنید شعاع نخ بادبادک $2/00\mathrm{mm}$ و به طور مستقیم تا $0/800\mathrm{km}$ امتداد داشته و با لایه‌ای از آب به ضخامت $0/500\mathrm{mm}$ که مقاومت ویژهٔ آن $150\Omega\mathrm{.m}$ است پوشیده شده باشد. اگر اختلاف پتانسیل بین دو انتهای نخ $160\mathrm{MV}$ باشد، چه جریانی از لایهٔ آب می‌گذرد؟ خطر در این جریان نیست ولی احتمال دارد این نخ آذرخشی را که می‌تواند جریانی به بزرگی $500000\,A$ را داشته باشد به خود بکشد. (ورای آن است که فقط مرگبار باشد)

حل: $R=\rho\frac{L}{A}=(150)\frac{(0/8\times10^3)}{\pi[(2/5)^2-(2)^2]\times10^{-6}}$

$=1/7\times10^{10}\ \Omega$

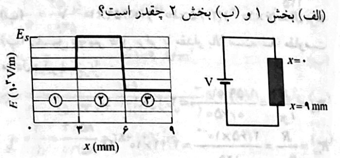
$i=\frac{V}{R}=\frac{160\times10^6}{1/7\times10^{10}}=9/4\times10^{-3}\ \mathrm{A}$

●●۲۳- هرگاه $115\mathrm{V}$ به سیمی که طول آن $10\mathrm{m}$ و شعاع آن $0/30\ \mathrm{mm}$ است اعمال شود، چگالی جریان برابر با $1/4\times10^4\ \mathrm{A/m^2}$ می‌شود. مقاومت ویژهٔ سیم را پیدا کنید.

حل: $V=\rho\frac{L}{A}=\rho\frac{L}{A}jA=\rho L\,j$

$115=\rho(10)(1/4\times10^4)\Rightarrow\rho=8/21\times10^{-4}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$

●●۲۴- شکل ۲۲-۲۴ الف بزرگی $E(x)$ میدان‌های الکتریکی را نشان می‌دهد که توسط یک باتری در میله‌ای مقاومت‌دار به طول $9/00\ \mathrm{mm}$ (شکل ۲۲-۲۴ب) برقرار شده است. مقیاس محور قائم با $E_s=4/00\times10^3\ \mathrm{V/m}$ مشخص شده است. میله شامل سه بخش از یک جنس ولی با شعاع‌های متفاوت است. (نمودار طرح‌وار شکل ۲۲-۲۴ ب شعاع‌های متفاوت را مشخص نمی‌کند.) شعاع بخش ۳ برابر $2/00\ \mathrm{mm}$ است. شعاع (الف) بخش ۱ و (ب) بخش ۲ چقدر است؟



شکل ۲۲-۲۴ مسئله ۲۴

حل: سه بخش با هم متوالی‌اند پس جریان در آنها یکسان است.

$i_1=i_2=i_3\Rightarrow j_1A_1=j_2A_2=j_3A_3$

جنس آنها یکسان است لذا ρ برای آنها یکی است و داریم:

$E_1r_1^2=E_2r_2^2=E_3r_3^2$

حال با استفاده از نمودار داده شده می‌توان نوشت:

$(2/5\times10^3)r_1^2=(4\times10^3)r_2^2=(1/5\times10^3)(2\times10^{-3})^2$

(الف) $r_1=1/55\times10^{-3}\ \mathrm{m}$

(ب) $r_2=1/22\times10^{-3}\ \mathrm{m}$

●●۲۵- SSM ILW سیمی با مقاومت $6/0\ \Omega$ با دستگاه حدیده کشیده می‌شود به طوری که طول آن به سه برابر طول اولیه برسد. با فرض اینکه مقاومت ویژه و چگالی ماده تغییر نکند، مقاومت سیم بلندتر را پیدا کنید.

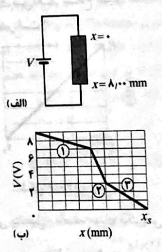
حل: وقتی سیم کشیده می‌شود حجم آن تغییر نمی‌کند.

$V=A_1L_1=A_2L_2\Rightarrow\frac{A_2}{A_1}=\frac{L_1}{L_2}$

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho\frac{L_2}{A_2}}{\rho\frac{L_1}{A_1}}=\frac{L_2A_1}{L_1A_2}=\left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2$$

$\frac{R_2}{6}=(3)^2\Rightarrow R_2=54\,\Omega$

●●۲۶- در شکل ۲۲-۲۵ الف، یک باتری $9/00\ \mathrm{V}$ به یک مقاومت به شکل نوار متصل شده است که دارای سه بخش با مساحت مقطع یکسان ولی رسانندگی‌های متفاوت است. شکل ۲۲-۲۵ ب پتانسیل الکتریکی $V(x)$ را برحسب مکان x در راستای نوار نشان می‌دهد. مقیاس محور افقی با $x_s=8/00\mathrm{mm}$ مشخص شده است. بخش ۳ دارای رسانندگی $3/00\times10^7\ (\Omega.\mathrm{m})^{-1}$ است. رسانندگی بخش (الف) ۱ و (ب) ۲ چقدر است؟



شکل ۲۲-۲۵ مسئلهٔ ۲۶

حل: قدر مطلق شیب قطعه خط‌های مستقیم در نمودار برابر با بزرگی میدان‌های الکتریکی مربوطه‌اند.

$E_1=\left|\frac{\Delta V}{\Delta x}\right|=\frac{9-7}{4\times10^{-3}}=500\mathrm{V/m}$

$E_2=\left|\frac{\Delta V}{\Delta x}\right|=\frac{7-3}{(5-4)\times10^{-3}}=4000\mathrm{V/m}$

$E_3=\left|\frac{\Delta V}{\Delta x}\right|=\frac{3}{(8-5)\times10^{-3}}=1000\mathrm{V/m}$

سه بخش به طور متوالی بسته شده‌اند لذا جریان در آنها یکسان است و با توجه به رابطه $J=\sigma E$ می‌توان نوشت

$i_1=i_2=i_3\Rightarrow J_1A_1=J_2A_2=J_3A_3$

$\sigma_1E_1A_1=\sigma_2E_2A_2=\sigma_3E_3A_3$

$\Rightarrow\sigma_1(500)=\sigma_2(4000)=(3\times10^7)(1000)$

(الف) $\sigma_1=6\times10^7\ (\Omega\cdot\mathrm{m})^{-1}$

(ب) $\sigma_2=7/5\times10^6\ (\Omega\cdot\mathrm{m})^{-1}$

●●۲۷- SSM WWW دو رسانا از یک جنس‌اند و طول آنها برابر است. رسانای A یک سیم توپر به قطر $1/0\ \mathrm{mm}$ است. رسانای B یک لولهٔ تو خالی به قطر خارجی $2/0\mathrm{mm}$ و قطر داخلی $1/0\ \mathrm{mm}$ است. نسبت R_A/R_B که بین دو سر هریک اندازه‌گیری می‌شود چقدر است؟

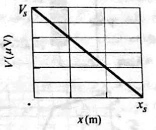
حل: $A_A=\pi r_A^2=(3/14)(0/5\times10^{-3})^2=7/85\times10^{-7}\ \mathrm{m^2}$

$A_B=\pi(r_B^2-r_A^2)=(3/14)(1\times10^{-3}-0/5\times10^{-3})$

$=2/32\times10^{-6}\ \mathrm{m^2}$

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A L_A A_B}{R_A\rho_B L_B}=\left(\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\right)\left(\frac{L_۱}{L_۲}\right)\left(\frac{A_۲}{A_۱}\right)$$
$$=(۱)(۱)\left(\frac{۲/۳۶\times۱۰^{-۶}}{۷/۸۵\times۱۰^{-۷}}\right)=۳$$

●●۲۸- شکل ۲۲-۲۶ پتانسیل الکتریکی $V(x)$ را در راستای یک سیم مسی حامل جریان یکنواخت، از نقطه با پتانسیل بالای $V_s=۱۲/۰\,\mu V$ در $x=۰$ تا نقطه با پتانسیل صفر در $x_s=۳/۰\text{ m}$ نشان می‌دهد. شعاع سیم $۲/۰۰\text{ mm}$ است. جریان در سیم چقدر است؟



شکل ۲۲-۲۶ مسئله ۲۸

حل: شیب منحنی پتانسیل - فاصله، میدان الکتریکی را به دست می‌دهد.

$$E=\left|\frac{dv}{dx}\right|=\frac{۱۲\times۱۰^{-۶}}{۳}=۴\times۱۰^{-۶}\text{ V/m}$$

$$E=\rho j \qquad j=\frac{E}{\rho}$$

مساحت سطح مقطع سیم نیز برابر است با $A=\pi r^۲$، لذا داریم:

$$I=jA=\frac{E}{\rho}\cdot\pi r^۲=\left(\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۱/۶۹\times۱۰^{-۸}}\right)(۳/۱۴)(۲\times۱۰^{-۳})^۲$$
$$=۲/۹\times۱۰^{-۳}\text{ A}$$
$$T=۱۷۵۷^\circ\text{C}=۲۰۲۸\text{K}$$

●●۲۹- یک اختلاف پتانسیل $۳/۰۰\text{ nV}$ در دو سر یک سیم مسی به طول $۲/۰۰\text{ cm}$ و شعاع $۲/۰۰\text{ mm}$ برقرار می‌شود. چقدر بار از طریق مقطع سیم در $۳/۰۰\text{ ms}$ سوق داده می‌شود؟

حل:
$$R=\frac{\rho L}{A}=\frac{(۱/۶۹\times۱۰^{-۸})(۲\times۱۰^{-۲})}{\pi(۲\times۱۰^{-۳})^۲}=۲/۶۹\times۱۰^{-۵}\,\Omega$$
$$i=\frac{V}{R}=\frac{۳\times۱۰^{-۹}}{۲/۶۹\times۱۰^{-۵}}=۱/۱۲\times۱۰^{-۴}\text{ A}$$
$$q=it=(۱/۱۲\times۱۰^{-۴})(۳\times۱۰^{-۳})=۳/۳۶\times۱۰^{-۷}\text{ C}$$

●●۳۰- اگر شمارهٔ سیمی ۶ عدد زیاد شود، قطر آن نصف می‌شود؛ اگر شمارهٔ سیم به اندازهٔ ۱ افزایش یابد، قطر با ضریب $۲^{۱/۶}$ کم می‌شود، (به جدول مسئله ۴ نگاه کنید). با دانستن این، و با دانستن اینکه ۱۰۰۰ ft از یک سیم شمارهٔ ۱۰ دارای مقاومت تقریبی $۱/۰۰\,\Omega$ است، مقاومت ۲۵ft از سیم مسی با شمارهٔ ۲۲ را براورد کنید.

حل: فرض می‌کنیم L طول سیم و D قطر آن باشد.

$$R=\rho\frac{L}{A}$$

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{A_۱}{A_۲}\frac{L_۲}{L_۱}=\left(\frac{D_۱}{D_۲}\right)^۲\left(\frac{L_۲}{L_۱}\right)\Rightarrow\frac{R_۲}{۱}=(۴)^۲\left(\frac{۲۵}{۱۰۰۰}\right)$$
$$\Rightarrow R_۲=۰/۴\Omega$$

●●۳۱- یک کابل الکتریکی ۱۲۵ رشته سیم نازک دارد که مقاومت هر یک $۲/۶۵\,\mu\Omega$ است. اختلاف پتانسیل یکسانی بین دو سر همهٔ رشته‌ها اعمال و جریان کل $۰/۷۵۰\text{A}$ حاصل می‌شود. (الف) جریان در هر رشته چقدر است؟ (ب) اختلاف پتانسیل اعمال شده چقدر است؟ (پ) مقاومت کابل چقدر است؟

حل: **(الف)** رشته‌ها به طور موازی بسته شده‌اند و جریان در هر رشته برابر است با:

$$i=\frac{۰/۷۵}{۱۲۵}=۶\times۱۰^{-۳}\text{ A}$$

(ب) $V=iR=(۶\times۱۰^{-۳})(۲/۶۵\times۱۰^{-۶})=۱/۵۹\times۱۰^{-۸}\text{ V}$

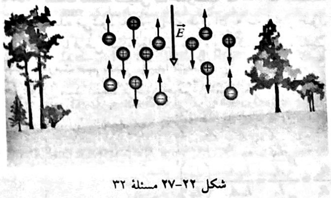
(پ) پتانسیل دو سر کابل برابر با مقدار بالا است، لذا مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{V}{i_{\text{کل}}}=\frac{۱/۵۹\times۱۰^{-۸}}{۰/۷۵۰}=۲/۱۲\times۱۰^{-۸}\,\Omega$$

یا

$$R_{eq}=\frac{R}{n}=\frac{۲/۶۵\times۱۰^{-۶}}{۱۲۵}=۲/۱۲\times۱۰^{-۸}\,\Omega$$

●●۳۲- در جو نزدیک سطح زمین یون‌های منفی و مثبت وجود دارند که به وسیلهٔ عنصرهای پرتوزای موجود در خاک و پرتوهای کیهانی فضا ایجاد شده‌اند. در یک ناحیهٔ معین جو، شدت میدان الکتریکی ۱۲۰ V/m و در جهت قائم رو به پایین است. این میدان سبب می‌شود یون‌های مثبت یک بار یونیده، با چگالی $۶۲۰\text{ cm}^{-۳}$ رو به پایین و یون‌های منفی یک بار یونیده، با چگالی $۵۵۰\text{ cm}^{-۳}$ رو به بالا رانده شوند (شکل ۲۲-۲۷). رسانندگی ویژهٔ اندازه‌گیری شدهٔ هوا در این ناحیه برابر با $۲/۷۰\times۱۰^{-۱۴}\,(\Omega\text{m})^{-۱}$ است. (الف) بزرگی چگالی جریان و (ب) تندی سوقی یون‌ها را با فرض این که برای یون‌های مثبت و منفی یکسان است محاسبه کنید.



شکل ۲۲-۲۷ مسئلهٔ ۳۲

حل: (الف)

$$j=\sigma E=(۲/۷\times۱۰^{-۱۴})(۱۲۰)=۳/۲۴\times۱۰^{-۱۲}\text{ A/m}^۲$$

(ب) $j_۱=n_۱ev_d \qquad j_۲=n_۲ev_d$

$$j=j_۱+j_۲=(n_۱+n_۲)ev_d$$
$$۳/۲۴\times۱۰^{-۱۲}=(۶۲۰+۵۵۰)\times۱۰^{۶}\,(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})v_d$$
$$\Rightarrow V_d=۱/۷۳\times۱۰^{-۲}\text{ m/s}$$

●●۳۳- مساحت مقطع عرضی قطعه‌ای به شکل مستطیل توپر برابر با $۳/۵۰\text{ cm}^۲$، و طول از جلو تا عقب $۱۵/۸\text{cm}$ و مقاومت آن $۹۳۵\,\Omega$ است. این قطعه از ماده‌ای است که $۵/۳۳\times۱۰^{۲۲}$ الکترون رسانشی بر متر مکعب دارد. بین عقب و جلو آن اختلاف پتانسیل $۳۵/۸\text{V}$ برقرار شده است. (الف) جریان در قطعه چقدر است؟ (ب) اگر چگالی جریان یکنواخت باشد، مقدار آن چقدر است؟ (پ) تندی سوقی الکترون‌های رسانشی چقدر است؟ (ت) بزرگی میدان الکتریکی در قطعه چقدر است؟

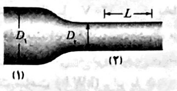
حل: **(الف)** $i=\frac{V}{R}=\frac{۳۵/۸}{۹۳۵}=۳/۸۳\times۱۰^{-۲}\text{ A}$

(ب) $j=\frac{i}{A}=\frac{۳/۸۳\times۱۰^{-۲}}{۳/۵\times۱۰^{-۴}}=۱۰۹\text{ A/m}^۲$

(پ) $v_d=\frac{j}{ne}=\frac{۱۰۹}{(۵/۳۳\times۱۰^{۲۲})(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})}=۱/۲۸\times۱۰^{-۲}\text{ m/s}$

(ت) $E=\frac{V}{L}=\frac{۳/۵۸}{۰/۱۵۸}=۲۲۶/۶\text{V/m}$

●●●۳۴- شکل ۲۲-۲۸ در بخش ۱ سیمی به قطر $D_۱=۴/۰۰R$ و در بخش ۲ سیمی به قطر $D_۲=۲/۰۰\,R$ را نشان می‌دهد که با باریک شدن تدریجی به هم متصل شده‌اند. سیم از مس است و جریانی از آن می‌گذرد. فرض کنید که جریان به طور یکنواخت در هر سطح مقطعی در پهنای سیم توزیع شده است. اختلاف پتانسیل الکتریکی V در طول $L=۲/۰۰\text{m}$ نشان داده شده در بخش ۲ برابر با $۱۰/۰\,\mu\text{V}$ است. تعداد حامل‌های بار بریکای حجم برابر با $۸/۴۹\times۱۰^{۲۸}\text{ m}^{-۳}$ است. تندی سوقی الکترون‌های بخش ۱ چقدر است؟



شکل ۲۲-۲۸ پرسش ۳۴

حل: چون دو قسمت به طور متوالی به هم متصل‌اند لذا جریان در آنها یکسان است.

$$i_۱=i_۲\Rightarrow j_۱A_۱=j_۲A_۲\Rightarrow j_۱\pi R_۱^۲=j_۲\pi R_۲^۲$$
$$\Rightarrow\frac{j_۱}{j_۲}=\left(\frac{R_۲}{R_۱}\right)^۲$$

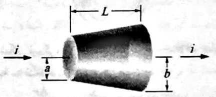
در ضمن برای قسمت دوم داریم $E_۲=\frac{V_۲}{L_۲}$ و در نتیجه داریم

$$j_۲=\frac{E_۲}{\rho}=\frac{V_۲}{\rho L_۲}=\frac{۱۰\times۱۰^{-۶}}{(۱/۶۹\times۱۰^{-۸})(۲)}=۲۹۵/۹\text{A/m}^۲$$

و رابطه نسبت چگالی‌های جریان (رابطهٔ بالا)

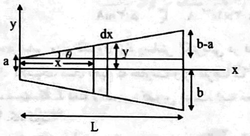
$$\frac{j}{۲۹۵/۹}=\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲\Rightarrow j_۱=۷۴\text{A/m}^۲$$
$$j=nev_d\Rightarrow ۷۴=(۸/۴۹\times۱۰^{۲۸})(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})v_d$$
$$\Rightarrow v_d=۵/۴۵\times۱۰^{-۹}\text{ m/s}$$

●●●۳۵- در شکل ۲۲-۲۹، در مخروط ناقصی با مقطع دایره‌ای و با مقاومت ویژهٔ $۷۳۱\Omega\text{.m}$ جریانی برقرار شده است. شعاع سمت چپ $a=۲/۰۰\text{mm}$ و شعاع سمت راست $b=۲/۳۰\text{ mm}$ و طول آن $L=۱/۹۴\text{ cm}$ است. فرض کنید که چگالی جریان در هر مقطعی عمود بر طول یکنواخت باشد. مقاومت مخروط چقدر است؟



شکل ۲۲-۲۹ مسئله ۳۵

حل:



$$dR=\rho\frac{dx}{\pi y^۲}$$
$$y-a=x\tan\theta\Rightarrow dx=\frac{dy}{\tan\theta}$$

با توجه به شکل داریم $\tan\theta=\frac{b-a}{L}$ لذا داریم: $dx=\frac{L\,dy}{b-a}$

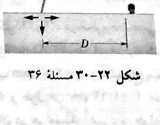
و

$$dR=\rho\frac{L\frac{dy}{b-a}}{\pi y^۲}\Rightarrow R=\frac{\rho L}{\pi(b-a)}\int_a^b\frac{dy}{y^۲}=\frac{\rho L}{\pi(b-a)}\left[\frac{۱}{a}-\frac{۱}{b}\right]$$
$$R=\frac{\rho L}{\pi(b-a)}\left[\frac{b-a}{ab}\right]\Rightarrow R=\frac{\rho L}{\pi ab}$$

که با قرار دادن مقادیر داده شده خواهیم داشت $R=۹/۸۱\times۱۰^{۵}\,\Omega$.

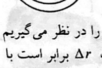
●●۳۶- [redacted] شنا در توفان. شکل ۲۲-۳۰ شناگری را در فاصلهٔ $D=۳۵/۰\text{m}$ از محل آذرخش با آب را نشان می‌دهد که جریان آن ۷۸kA است. مقاومت ویژهٔ آب $۳۰\Omega\text{.m}$، پهنای شناگر در راستای خط شعاعی از محل اصابت $۰/۷۰\text{m}$ و مقاومت او در این پهنا $۴/۰۰\text{k}\Omega$ است. فرض کنید جریان روی

آب در کره‌ای به مرکز محل اصابت پخش می‌شود. چه جریانی از شناگر می‌گذرد؟



شکل ۲۲-۳۰ مسئلهٔ ۳۶

حل:



لایه‌ای به شکل نیم‌کره را در نظر می‌گیریم اختلاف پتانسیل دو سر این لایه به ضخامت Δr برابر است با

$$\Delta V = i\,\Delta R = i\rho\frac{\Delta L}{A} = i\,\rho\frac{\Delta r}{\pi D^۲}$$

با قرار دادن مقادیر داده شده، داریم $\Delta V = ۲۱۳\,\mathrm{V}$

$\Delta V = iR_\rho \Rightarrow ۲۱۳ = (۴\times۱۰^۴)i$

$i = ۵/۳\times۱۰^{-۳}\,\mathrm{A}$ یا $۵/۳\,\mathrm{mA}$

●●۳۷- براساس مدل الکترون آزاد رسانش الکتریکی در فلزها و فیزیک کلاسیک، نشان دهید که مقاومت ویژهٔ فلزها با $\sqrt{T}$ متناسب است، که T دما برحسب کلوین است. (به معادلهٔ ۱۵-۳۱ نگاه کنید.)

حل: در مدل الکترون آزاد، سرعت الکترون مشابه سرعت v_{rms} مولکولها در گاز کامل است

$v_{rms}\alpha\sqrt{T}$

$v_e\alpha\sqrt{T}$

از طرف دیگر از معادله (۲۲-۲۵) داریم

$\rho = \frac{m}{e^۲n\tau} \Rightarrow \rho \propto \frac{۱}{\tau}$

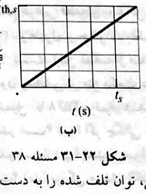
$\lambda = \tau v_t \Rightarrow v_e \propto \frac{۱}{\tau}$

از دو رابطه فوق می‌توان نتیجه گرفت که در مدل الکترون آزاد

$\rho \propto v_e\alpha\sqrt{T}$

بخش ۱۷-۷ توان در مدارهای الکتریکی

●۳۸- در شکل ۲۲-۳۱ الف مقاومت ۲۰Ω به باتری وصل شده است. شکل ۲۲-۳۱ ب افزایش انرژی گرمایی E_{th} در مقاومت را برحسب تابعی از زمان t نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $E_{th,s} = ۲/۵۰\,\mathrm{mJ}$ و مقیاس محور افقی با $t_s = ۴/۰\,s$ مشخص شده است. اختلاف پتانسیل دو سر باتری چقدر است؟



شکل ۲۲-۳۱ مسئله ۳۸

حل: شیب منحنی، توان تلف شده را به دست می‌دهد.

$$P = \frac{۲/۵\times۱۰^{-۳}}{۵} = ۵\times۱۰^{-۴}\ \mathrm{W}$$

از آنجا می‌توان نوشت

$$P = \frac{V^۲}{R} \Rightarrow ۵\times۱۰^{-۴} = \frac{V^۲}{۲۰} \Rightarrow V = ۰/۱\mathrm{V}$$

●۳۹- در یک اجاق داغ برای پخت سوسیس با اعمال یک اختلاف پتانسیل ۱۲۰V به دو سر اجاق و به کمک انرژی گرمایی ایجاد شده در آن، سوسیس می‌پزد. جریان ۱۰/۰A و انرژی لازم برای پختن یک سوسیس ۶۰/۰kJ است. اگر آهنگ انرژی اعمال شده تغییر نکند، چقدر طول می‌کشد تا سه سوسیس به طور همزمان بپزد؟

حل: $W = (۳)(۶۰)\times۱۰^۳ = ۱/۸\times۱۰^۵\ \mathrm{J}$

$W = Pt = (Vi)t \Rightarrow ۱/۸\times۱۰^۵ = (۱۲۰)(۱۰)t \Rightarrow t = ۱۵۰\,\mathrm{s}$

●۴۰- انرژی گرمایی در یک مقاومت با آهنگ ۱۰۰W به هنگام عبور جریان ۳/۰۰A از آن ایجاد می‌شود. مقاومت آن چقدر است؟

حل: $P = Ri^۲ \Rightarrow ۱۰۰ = R(۳)^۲ \Rightarrow R = ۱۱/۱\Omega$

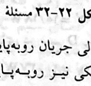
●۴۱- SSM اختلاف پتانسیل ۱۲۰V به یک بخاری برقی که در حالت روشن مقاومت آن ۱۴Ω است اعمال می‌شود. (الف) با چه آهنگی انرژی الکتریکی به گرما تبدیل می‌شود؟ (ب) به ازای هر کیلو وات ساعت (kW.h) برابر با ۰/۰۵ دلار، کارکرد وسیله به مدت ۵/۰ h چه هزینه‌ای خواهد داشت؟

حل: (الف) $P = \frac{V^۲}{R} = \frac{(۱۲۰)^۲}{۱۴} = ۱\times۱۰^۳\ \mathrm{W} = ۱\mathrm{kW}$

(ب) هزینه $= (۱\,\mathrm{kW})(۵\mathrm{h})(۵\,\mathrm{cents}/\mathrm{kW}\cdot\mathrm{h})$

$= ۲۵\,\mathrm{cents} = ۰/۲۵\$$

●۴۲- در شکل ۲۲-۳۲، باتری با اختلاف پتانسیل $V = ۱۲\mathrm{V}$ به نواری با مقاومت $R = ۶/۰\Omega$ متصل شده است. وقتی الکترونی از یک سر نوار به سر دیگر آن حرکت کند، (الف) در چه جهتی در شکل الکترون‌ها حرکت می‌کنند، (ب) توسط میدان الکتریکی داخل نوار چقدر کار روی الکترون انجام می‌گیرد و (پ) توسط الکترون چقدر انرژی به انرژی گرمایی نوار تبدیل می‌شود؟



شکل ۲۲-۳۲ مسئلهٔ ۴۲

حل: (الف) جهت چگالی جریان روبه‌پایین رشته مقاومت است زیرا جهت میدان الکتریکی نیز روبه‌پایین است $(\vec{E} = \rho\vec{j})$. بنابراین با توجه به اینکه الکترون‌ها دارای بار منفی هستند جهت حرکت آنها روبه‌بالا است.

(ب) کار انجام شده روی یک الکترون برابر است با

$W = eV = (۱/۶\times۱۰^{-۱۹})(۱۲) = ۱/۹۲\times۱۰^{-۱۸}\ \mathrm{J}$

(پ) انرژی دریافت شده به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود

$Q = ۱/۹۲\times۱۰^{-۱۸}\ \mathrm{J}$

●۴۳- ILW مقاومت نامعلومی به پایانه‌های یک باتری ۳/۰۰ ولتی بسته شده است. انرژی با آهنگ ۰/۵۴۰W در مقاومت تلف می‌شود. سپس همین مقاومت به یک باتری ۱/۵۰ولتی بسته می‌شود. اکنون انرژی با چه آهنگی تلف می‌شود؟

حل: برای رابطهٔ توان داریم $P = V^۲/R$ لذا می‌توان نوشت

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^۲ \Rightarrow \frac{P_۲}{۰/۵۴} = \left(\frac{۱/۵}{۳}\right)^۲ \Rightarrow P_۲ = ۰/۱۳۵\,\mathrm{W}$$

●۴۴- دانشجویی رادیوی ۹/۰V و ۷/۰ W خود را از ساعت ۹/۰۰ صبح تا ۲/۰۰ بعد از ظهر با بلندترین صدا روشن نگه می‌دارد. در این مدت چقدر بار وارد رادیو شده است؟

حل: $P = Vi \qquad i = \frac{P}{V}$

$q = i\,\Delta t = \frac{P}{V}\Delta t = \frac{۷}{۹}(۱۴-۹)(۳۶۰۰) = ۱۴۰۴۰\mathrm{C}$

●۴۵- SSM ILW یک بخاری تابشی ۱۲۵۰ واتی برای عمل در ۱۱۵V ساخته شده است. (الف) جریان در بخاری موقع کار چقدر خواهد بود؟ (ب) مقاومت پیچهٔ بخاری چقدر است؟ (پ) چقدر انرژی گرمایی در ۱/۰h توسط بخاری ایجاد می‌شود؟

حل: (الف) $P = Vi \Rightarrow ۱۲۵۰ = (۱۱۵)i \Rightarrow i = ۱۰/۹\mathrm{A}$

(ب) $V = Ri \Rightarrow ۱۱۵ = R(۱۰/۹) \Rightarrow R = ۱۰/۶\Omega$

(پ) $W = Pt = (۱۲۵۰)(۳۶۰۰) = ۴/۵\times۱۰^۶\ \mathrm{J}$

●●۴۶- GO جریان ۲/۰۰A به طور یکنواخت در مساحت مقطع یک سیم مسی با سطح مقطع $۲/۰۰\times۱۰^{-۶}\ \mathrm{m}^۲$ و طول ۴/۰۰m توزیع شده است. (الف) بزرگی میدان الکتریکی و

طول سیم چقدر است؟ (ب) در مدت ۳۰min چقدر انرژی الکتریکی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟

حل: (الف)

$E = \rho j = \rho\frac{i}{A} = (۱/۶۹\times۱۰^{-۸})\frac{۲}{۲\times۱۰^{-۶}} = ۱/۶۹\times۱۰^{-۲}\ \mathrm{V/m}$

(ب) $R = \rho\frac{L}{A} = (۱/۶۹\times۱۰^{-۸})\frac{۴}{۲\times۱۰^{-۶}} = ۳/۳۸\times۱۰^{-۲}\ \Omega$

$W = Ri^۲t = (۳/۳۸\times۱۰^{-۲})(۲)^۲(۳۰)(۶۰) = ۲۴۳/۴\mathrm{J}$

●●۴۷- یک عنصر گرم کننده با قراردادن اختلاف پتانسیل ۷۵/۰ V در دو سر طولی از یک سیم نیکرومی با مقطع $۲/۶۰\times۱۰^{-۶}\ \mathrm{m}^۲$ ایجاد شده است. مقاومت ویژهٔ نیکروم برابر با $۵/۰۰\times۱۰^{-۷}\ \Omega.\mathrm{m}$ است. (الف) اگر توان تلف شده در این عنصر ۵۰۰۰W باشد، طول آن چقدر است؟ (ب) اگر ۱۰۰V برای به دست آوردن همان آهنگ توان تلف شده به کار رود، طول آن باید چقدر باشد؟

حل: (الف) با توجه به دو رابطه $P = V^۲/R$ و $R = \rho L/A$ می‌توان طول L را به دست آورد.

$$L = \frac{AV^۲}{\rho P} = \frac{(۲/۶\times۱۰^{-۶})(۷۵)^۲}{(۵\times۱۰^{-۷})(۵۰۰)} = ۵/۸۵\mathrm{m}$$

(ب) با روش مشابه می‌توان نوشت

$$L' = \frac{AV'^۲}{\rho P}$$

در نتیجه

$$\frac{L'}{L} = \frac{V'^۲}{V^۲} \Rightarrow \frac{L'}{۵/۸۵} = \frac{(۱۰۰)^۲}{(۷۵)^۲} \Rightarrow L' = ۱۰/۴\,\mathrm{m}$$

●●۴۸- [redacted] از هم پاشیدن کفش‌ها. کفش‌های باران جذب کردهٔ شخصی ممکن است براثر عبور جریان از نزدیکی بخار آب حاصل از آذرخش از هم بپاشد. تبدیل ناگهانی آب به بخار آب موجب می‌شود که انبساط بسیار زیادی رخ دهد و کفش‌ها از هم بپاشند. چگالی آب $۱۰۰۰\mathrm{kg/m}^۳$ است و به ۳۳۳KJ/kg انرژی برای تبخیر نیاز دارد. اگر جریان افقی ۲/۰۰ms طول بکشد و با آب با مقاومت ویژهٔ ۱۵۰Ω.m به طول ۱۲/۰cm و مقطع عمودی با مساحت $۱۵\times۱۰^{-۵}\ \mathrm{m}^۲$ مواجه شود، میانگین جریان لازم برای تبخیر آب چقدر است؟

حل: $V = Ad = (۱۵\times۱۰^{-۵})(۰/۱۲) = ۱/۸\times۱۰^{-۵}\ \mathrm{m}^۳$

$m = \rho V = (۱۰۰۰)(۱/۸\times۱۰^{-۵}) = ۱/۸\times۱۰^{-۲}\ \mathrm{kg}$

$Q = mL_V = (۱/۸\times۱۰^{-۲})(۳۳۳\times۱۰^۳) = ۵۹۹۴\mathrm{J}$

$R = \rho\frac{d}{A} = (۱۵۰)\frac{(۰/۱۲)}{۱۵\times۱۰^{-۵}} = ۱/۲\times۱۰^۵\ \Omega$

$Q = Ri^۲t \Rightarrow ۵۹۹۴ = (۱/۲\times۱۰^۵)i^۲(۲\times۱۰^{-۳})$

$\Rightarrow i = ۵\mathrm{A}$

●●۴۹- یک لامپ روشنایی ۱۰۰W به برق استاندارد ۱۲۰V وصل شده است. (الف) در مدت ۳۱ روز یک ماه در صورت

روشن ماندن پیوستهٔ لامپ چقدر هزینهٔ آن می‌شود؟ فرض کنید یک کیلو وات ساعت انرژی الکتریکی ۰/۰۶ دلار قیمت دارد. (ب) مقاومت لامپ چقدر است؟ (پ) جریان لامپ چقدر است؟

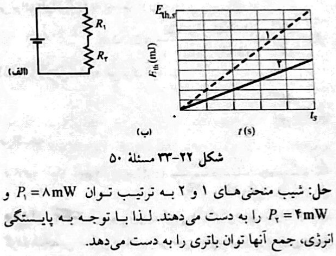
حل: (الف) $W = Pt = (۰/۱)(۳۱)(۲۴) = ۷۴/۴\,\text{kW}\cdot\text{h}$

$\text{هزینه} = (۰/۰۶)(۷۴/۴) = ۴/۴۷\$$

(ب) $P = \frac{V^۲}{R} \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{(۱۲۰)^۲}{R} \Rightarrow R = ۱۴۴\,\Omega$

(پ) $V = Ri \Rightarrow ۱۲۰ = (۱۴۴)i \Rightarrow i = ۰/۸۳\,\text{A}$

●●۵۰- جریانی که از باتری و مقاومت‌های ۱ و ۲ در شکل ۲۲-۳۳ الف می‌گذرد برابر با ۲/۰۰ A است. انرژی از جریان به صورت انرژی گرمایی E_{th} در دو مقاومت تبدیل می‌شود. منحنی‌های ۱ و ۲ در شکل ۲۲-۳۳ ب انرژی گرمایی E_{th} را به ترتیب برای مقاومت‌های ۱ و ۲ برحسب تابعی از زمان t نشان می‌دهند. مقیاس محور قائم با $E_{th,s} = ۴۰/۰\,\text{mJ}$ و مقیاس محور افقی با $t_s = ۵/۰۰\,s$ مشخص شده است. توان باتری چقدر است؟

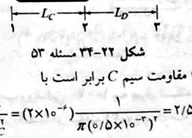


شکل ۲۲-۳۳ مسئلهٔ ۵۰

حل: شیب منحنی‌های ۱ و ۲ به ترتیب توان $P_۱ = ۸\,\text{mW}$ و $P_۲ = ۴\,\text{mW}$ را به دست می‌دهند. لذا با توجه به پایستگی انرژی، جمع آنها توان باتری را به دست می‌دهد.

$P_{\text{باتری}} = P_۱ + P_۲ = ۱۲\,\text{mW}$

●●۵۱- WWW SSM سیم C و سیم D از مواد مختلف ساخته شده‌اند و طول آنها $L_C = L_D = ۱/۰\,\text{m}$ است. مقاومت ویژه و قطر سیم C، $۲/۰\times۱۰^{-۶}\,\Omega.\text{m}$ و $۱/۰۰\,\text{mm}$ و برای سیم D، $۱/۰\times۱۰^{-۶}\,\Omega.\text{m}$ و $۰/۵۰\,\text{mm}$ است. این سیم‌ها مانند شکل ۲۲-۳۴ به هم وصل شده‌اند و جریان ۲/۰ A از آنها می‌گذرد. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین (الف) نقطه‌های ۱ و ۲ و (ب) نقطه‌های ۲ و ۳ چقدر است؟ آهنگ اتلاف انرژی بین (پ) نقطه‌های ۱ و ۲ و (ت) نقطه‌های ۲ و ۳ چقدر است؟



شکل ۲۲-۳۴ مسئله ۵۳

حل: (الف) مقاومت سیم C برابر است با

$$R_C = \rho_C \frac{L_C}{\pi r_C^۲} = (۲\times۱۰^{-۶})\frac{۱}{\pi(۰/۵\times۱۰^{-۳})^۲} = ۲/۵۵\,\Omega$$

در نتیجه داریم:

$$|V_۱ - V_۲| = V_C = R_C i = (۲/۵۵)(۲) = ۵/۰۹\,\text{V}$$

(ب) برای سیم D نیز داریم:

$$R_D = \rho_D \frac{L_D}{\pi r_D^۲} = (۱\times۱۰^{-۶})\frac{۱}{\pi(۰/۲۵\times۱۰^{-۳})^۲} = ۵/۰۹\,\Omega$$

$$|V_۲ - V_۳| = V_D = R_D i = (۵/۰۹)(۲) = ۱۰/۱۸\,\text{V}$$

(پ) آهنگ اتلاف انرژی در سیم C برابر است با

$$P_C = R_C i^۲ = (۲/۵۵)(۲)^۲ = ۱۰/۱۸\,\text{W}$$

(ت) و آهنگ اتلاف انرژی در سیم D برابر است با

$$P_D = R_D i^۲ = (۵/۰۹)(۲)^۲ = ۲۰/۳۷\,\text{W}$$

●●۵۲- GO بزرگی چگالی جریان در یک سیم دایره‌ای معین $J = (۲/۷۵\times۱۰^{۱۰}\,\text{A/m}^۴)r^۲$ است، که در آن r فاصلهٔ شعاعی رو به بیرون سیم به شعاع ۳/۰۰ mm است. پتانسیل اعمال شده بر سیم (در دو سر) ۶۰/۰ V است. در مدت ۱/۰۰ h چقدر انرژی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟

حل: $i = \int j\,dA = \int_۰^{۰/۰۰۳} (۲/۷۵\times۱۰^{۱۰})r^۲(۲\pi r\,dr) = ۳/۵\,\text{A}$

$$W = Vit = (۶۰)(۳/۵)(۳۶۰۰) = ۷/۵۶\times۱۰^۵\,\text{J}$$

●●۵۳- اختلاف پتانسیل ۱۲۰ V به یک بخاری برقی که در ضمن کار ۵۰۰ W مصرف می‌کند اعمال می‌شود. (الف) مقاومت بخاری در موقع کار کردن چقدر است؟ (ب) با چه آهنگی الکترون‌ها از هر مقطعی از عنصر گرم کننده می‌گذرند؟

حل: (الف) $P = \frac{V^۲}{R} \Rightarrow ۵۰۰ = \frac{(۱۲۰)^۲}{R} \Rightarrow R = ۲۸/۸\,\Omega$

(ب) $V = Ri \Rightarrow ۱۲۰ = (۲۸/۸)i \Rightarrow i = ۴/۱۷\,\text{A}$

و در هر ثانیه مقدار الکترون از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$q = (۱)t = ne \Rightarrow ۴/۱۷ = n(۱/۶\times۱۰^{-۱۹}) \Rightarrow n = ۲/۶\times۱۰^{۱۹}$$

●●●۵۴- شکل ۲۲-۳۵ الف میلهٔ مقاومت داری را نشان می‌دهد. مقاومت بریکای طول میله در جهت مثبت محور x افزایش می‌یابد. در هر نقطهٔ x در طول میله، مقاومت dR قسمت باریکی (دیفرانسیلی) با پهنای dx با $dR = ۵/۰۰x\,dx$ داده می‌شود که dR برحسب اهم و x برحسب متر است. شکل ۲۲-۳۵ ب این قسمت باریک را نشان می‌دهد. طولی از میله از $x = ۰$ تا $x = L$ را می‌بریم و این طول را به یک باتری با اختلاف پتانسیل $V = ۵/۰\,\text{V}$ وصل می‌کنیم (شکل ۲۲-۳۵ پ). اگر جریان را در طولی از میله خواسته باشیم که انرژی را با آهنگ ۲۰۰ W به انرژی گرمایی تبدیل کند، در چه نقطه‌ای از $x = L$ باید میله را ببریم؟

شکل ۲۲-۳۵ مسئله ۵۴

حل: ابتدا مقاومت میله را به دست می‌آوریم.

$$P = \frac{V^۲}{R} \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{۲۵}{R} \Rightarrow R = ۰/۱۲۵\,\Omega$$

$$R = \int dR = \int_۰^L ۵x\,dx \Rightarrow ۰/۱۲۵ = \frac{۵}{۲}x^۲\Big|_۰^L \Rightarrow L = ۰/۲۳$$

مسئله‌های اضافی

۵۵- SSM یک گرمکن نیکرومی به هنگام اعمال اختلاف پتانسیل ۱۱۰ V و وقتی دمای سیم ۸۰۰°C است ۵۰۰ W تلف می‌کند. اگر با فرو بردن سیم در یک حمام روغن سرد کننده دمای آن در ۲۰۰°C نگهداشته شود، آهنگ اتلاف چقدر می‌شود؟ اختلاف پتانسیل اعمال شده یکسان و α برای نیکروم در ۸۰۰°C برابر با $۴/۰\times۱۰^{-۴}\,\text{K}^{-۱}$ است.

حل: با توجه به رابطه $P = \frac{V^۲}{R}$ و ثابت بودن V، داریم

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{R_۱}{R_۲} \Rightarrow \frac{P_۲}{۵۰۰} = \frac{R_۱}{R_۱(۱+\alpha\Delta T)}$$

$$P_۲ = \frac{۵۰۰}{۱+(۴\times۱۰^{-۴})(۲۰۰-۸۰۰)} = ۶۵۷/۹\,\text{W}$$

۵۶- اختلاف پتانسیل ۱/۲۰ V به طول ۳۳/۰ m از سیم مسی شماره ۱۸ (به قطر ۰/۰۴۰۰ in) اعمال می‌شود. مطلوب است (الف) جریان، (ب) بزرگی چگالی جریان، (پ) بزرگی میدان الکتریکی داخل سیم و (ت) آهنگ انرژی گرمایی که در سیم ظاهر می‌شود.

حل: (الف) $r = ۰/۰۲\,\text{in} = ۵/۰۸\times۱۰^{-۴}\,\text{m}$

$$A = \pi r^۲ = (۳/۱۴)(۵/۰۸\times۱۰^{-۴}) = ۸/۱\times۱۰^{-۷}\,\text{m}^۲$$

$$R = \rho\frac{L}{A} = (۱/۶\times۱۰^{-۸})\frac{۳۳}{۸/۱\times۱۰^{-۷}} = ۰/۶۹\,\Omega$$

$$V = Ri \Rightarrow ۱/۲ = (۰/۶۹)i \Rightarrow i = ۱/۷۴\,\text{A}$$

(ب) $j = \frac{i}{A} = \frac{۱/۷۴}{۸/۱\times۱۰^{-۷}} = ۲/۱۵\times۱۰^۶\,\text{A/m}^۲$

(پ) $E = \frac{V}{L} = \frac{۱/۲}{۳۳} = ۳/۶۴\times۱۰^{-۲}\,\text{V/m}$

(ت) $P = Vi = (۱/۲)(۱/۷۴) = ۲/۱\,\text{W}$

۵۷- ولتاژ دو سر وسیله‌ای با ۱۸/۰ W برابر با ۹/۰۰ V است. در مدت ۴/۰۰ h چقدر بار از وسیله می‌گذرد؟

حل: $i = \frac{P}{V} = \frac{۱۸}{۹} = ۲A$

$$\Delta q = i\Delta t = (۲)(۴)(۳۶۰۰) = ۲/۸۸\times۱۰^۴\,\text{C}$$

۵۸- طول یک میلهٔ آلومینیومی با مقطع مربعی ۱/۳ m و طول ضلع آن ۵/۲ mm است. (الف) مقاومت دو سر آن چقدر است؟ (ب) اگر مقاومت یک میلهٔ استوانه‌ای مسی به طول ۱/۳ m یکسان با میلهٔ آلومینیومی باشد، قطر آن باید چقدر باشد؟

حل: (الف)

$$R = \rho\frac{L}{A} = (۲/۷۵\times۱۰^{-۸})\frac{۱/۳}{(۵/۲\times۱۰^{-۳})^۲} = ۱/۳۲\times۱۰^{-۳}\,\Omega$$

(ب) $R' = \rho'\frac{L'}{A'} \Rightarrow ۱/۳۲\times۱۰^{-۳} = (۱/۶۹\times۱۰^{-۸})\frac{۱/۳}{A'} \Rightarrow$

$A' = ۱/۶۶\times۱۰^{-۵}\,\text{m}^۲$

$$A' = \pi\frac{D^۲}{۴} \Rightarrow ۱/۶۶\times۱۰^{-۵} = (۳/۱۴)\frac{D^۲}{۴}$$

$\Rightarrow D = ۴/۶\times۱۰^{-۳}\,\text{m}$

۵۹- طول یک میلهٔ استوانه‌ای فلزی ۱/۶۰ m و قطر آن ۵/۵۰ mm است. مقاومت بین دو سر آن (در ۲۰°C) $۱/۰۹\times۱۰^{-۳}\,\Omega$ است. (الف) مادهٔ میله چیست؟ (ب) قرص گردی به قطر ۲/۰۰ cm و ضخامت ۱/۰۰ mm از همان ماده ساخته شده است. با فرض اینکه هر صفحه یک سطح هم پتانسیل است، مقاومت بین صفحه‌های گرد چقدر است؟

حل: (الف)

$$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow ۱/۰۹\times۱۰^{-۳} = \rho = \frac{۱/۶}{\pi(۲/۷۵\times۱۰^{-۳})^۲} \Rightarrow$$

$\rho = ۱/۶۲\times۱۰^{-۸}\,\Omega\text{m}$

جنس میله، نقره است.

(ب) $R = \rho\frac{L}{A} = (۱/۶۲\times۱۰^{-۸})\frac{۱\times۱۰^{-۳}}{\pi(۰/۰۱)^۲} = ۵/۱۶\times۱۰^{-۸}\,\Omega$

۶۰- [redacted] رمز خرده شکلات. این داستان با مسئله ۵۶ در فصل ۱۹ شروع شد و در فصلهای ۲۰ و ۲۱ ادامه پیدا کرده است. گرد ریز شکلات از طریق لوله‌ای به شعاع R با تندی یکنواخت v و چگالی بار یکنواخت ρ وارد مخزن می‌شود. (الف) رابطه‌ای برای جریان i (آهنگی که بار روی گرد حرکت می‌کند) که عمود بر مقطع لوله می‌گذرد پیدا کنید. (ب) i را برای شرایط کارخانه محاسبه کنید: شعاع لوله $R = ۵/۰\,\text{cm}$، تندی $v = ۲/۰\,\text{m/s}$ و چگالی بار $\rho = ۱/۱\times۱۰^{-۳}\,\text{C/m}^۳$. اگر گرد بر اثر تغییر پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ V حرکت می‌کرد، انرژی آن با آهنگ $P = iV$ به جرقه تبدیل می‌شد. (پ) آیا چنین تبدیلی در داخل لوله به واسطهٔ اختلاف پتانسیل شعاعی بحث شده در مسئلهٔ ۶۰ فصل ۲۰ صورت می‌گیرد؟ وقتی گرد از لوله به داخل مخزن جریان می‌یابد، پتانسیل الکتریکی گرد تغییر می‌کند. بزرگی این تغییر دست کم برابر با اختلاف پتانسیل شعاعی در لوله است (همان‌طور که در مسئلهٔ ۶۴ فصل ۲۰ محاسبه شد.) (ت) با فرض این مقدار برای اختلاف پتانسیل و با استفاده از جریان محاسبه شده در (ب)، آهنگ انرژی تبدیل شده از گرد به جرقه را وقتی که گرد لوله را تحریک می‌کند، پیدا کنید. (ث) اگر جرقه در خروجی گرد به مدت ۰/۲ s رخ می‌دهد (مقدار مورد انتظار معقول)، چقدر انرژی به جرقه تبدیل می‌شود؟

از مسئلهٔ ۵۶ فصل ۱۹ کمینهٔ انرژی تبدیل شده جهت ایجاد انفجار را ۱۵۰mJ در نظر بگیرید. (ج) محتملترین محل انفجار گرد در کجاست: در گرد داخل پاتیل در حال تخلیه (مسئله ۵۰ فصل ۲۱)، در داخل لوله، یا در خروجی لولهٔ درون مخزن؟

حل: (الف) استوانه‌ایی با سطح مقطع A و طول dx درنظر می‌گیریم، داریم:

$$dq = \rho A\, dx$$
$$i = \frac{dq}{dt} = \rho A \frac{dx}{dt} = \rho \pi R^۲ v$$

(ب) با قرار دادن مقادیر عدد در نتیجه قسمت (الف) جریان i به دست می‌آید.

$$i = (۱/۱\times۱۰^{-۳})(۳/۱۴)(۵\times۱۰^{-۲})^۲(۲) = ۱/۷۳\times۱۰^{-۵}\ \text{A}$$

(پ) این جریان بر اثر عبور گرد در طول لوله است و در عرض حرکتی ندارند.

(ت) $P = Vi = (۷/۸\times۱۰^۴)(۱/۷۳\times۱۰^{-۵}) = ۱/۳۵\ \text{W}$

(ث) $W = Pt = (۱/۳۵)(۰/۲) = ۰/۲۷\text{J}$

(ج) انرژی بالا بیشتر از انرژی لازم برای انفجار است پس هنگام خروج، احتمال انفجار وجود دارد.

۶۱- **SSM** باریکهٔ یکنواختی از ذره‌های آلفا $(q = +۲e)$ که با انرژی جنبشی ثابت ۲۰MeV حرکت می‌کند حامل جریان $۰/۲۵\mu\text{A}$ است. (الف) اگر باریکه در راستای عمود بر یک سطح صاف باشد، در مدت ۳/۰s چند ذرهٔ آلفا به این سطح برخورد می‌کند؟ (ب) در یک طول ۲۰cm از باریکه، در هر لحظه چند ذرهٔ آلفا وجود دارد؟ (پ) چه اختلاف پتانسیلی لازم است تا هر ذرهٔ آلفا را از حالت سکون شتاب دهد تا به انرژی ۲۰MeV برسد؟

حل: (الف) در مدت زمان Δt مقدار بار $\Delta q = i\Delta t$ با سطح برخورد می‌کند و هر ذره دارای بار $+۲e$ است تعداد ذراتی که به سطح برخورد می‌کنند از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$N = \frac{\Delta q}{۲e} = \frac{i\Delta t}{۲e} = \frac{(۰/۲۵\times۱۰^{-۶})(۳)}{(۲)(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})} = ۲/۳۴\times۱۰^{۱۲}$$ عدد

(ب)
$$k = \frac{۱}{۲}m\bar{v}^۲ \Rightarrow (۲۰)(۱۰^۶)(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})$$
$$= \left(\frac{۱}{۲}\right)(۴\times۱/۶۷\times۱۰^{-۲۷})\bar{v}^۲ \Rightarrow \bar{v} = ۳/۱\times۱۰^۷\ \text{m/s}$$
$$j = \frac{i}{A} = nev_d \Rightarrow n = \frac{i}{Ae\bar{v}}$$

طول باریکه $L = ۰/۲\text{cm}$ باشد، تعداد کل در حجم AL برابر است با

$$N = nAL = \frac{iL}{۲e\bar{v}} = \frac{(۰/۲۵\times۱۰^{-۶})(۰/۲)}{۲(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})(۳/۱\times۱۰^۷)} = ۵۰۴۰$$ عدد

(پ) طبق پایستگی انرژی داریم:

$$k = eV \Rightarrow ۲۰\times۱۰^۶\, e = eV \Rightarrow V = ۱\times۱۰^۷\ \text{V}$$

۶۲- مقاومتی با اختلاف پتانسیل ۲۰۰V در دو سر آن انرژی الکتریکی را با آهنگ ۳۰۰۰W به انرژی گرمایی تبدیل می‌کند. مقاومت آن چقدر است؟

حل: $P = \frac{V^۲}{R} \Rightarrow ۳۰۰ = \frac{(۲۰۰)^۲}{R} \Rightarrow R = ۱/۳۳\Omega$

۶۳- طول عنصر گرمکن ۲/۰kW یک خشک کننده ۸۰cm است. اگر ۱۰cm از آن برداشته شود، در ۱۲۰V چه توانی توسط عنصر کوتاه شده مصرف می‌شود؟

حل: ابتدا رابطهٔ بین توان و طول را وقتی پتانسیل ثابت است به دست می‌آوریم، $P = \frac{V^۲}{R}$ و $R = \rho\frac{L}{A}$ لذا داریم $P \propto \frac{۱}{L}$ و طول جدید برابر با ۷۰/۸۰ طول اولیه است لذا توان جدید برابر است با

$$P = \frac{۸}{۷}(۲) = ۲/۴\text{kW}$$

۶۴- یک مقاومت استوانه‌ای به شعاع ۵/۰mm و طول ۲/۰cm از ماده‌ای با مقاومت ویژهٔ $۳/۵\times۱۰^{-۵}\ \Omega.\text{m}$ ساخته شده است. وقتی آهنگ اتلاف انرژی در مقاومت ۱/۰W باشد، (الف) بزرگی چگالی جریان و (ب) اختلاف پتانسیل چقدر است؟

حل: (الف)

$$R = \rho\frac{L}{A} = (۳/۵\times۱۰^{-۵})\frac{۰/۰۲}{\pi(۵\times۱۰^{-۳})^۲} = ۸/۹۲\times۱۰^{-۳}\ \Omega$$
$$P = Ri^۲ \Rightarrow ۱ = (۸/۹۲\times۱۰^{-۳})i^۲ \Rightarrow i = ۱۰/۶\text{A}$$
$$j = \frac{i}{A} = \frac{۱۰/۶}{\pi(۵\times۱۰^{-۳})^۲} = ۱/۳۵\times۱۰^۵\ \text{A/m}^۲$$

(ب) $V = Ri = (۸/۹۲\times۱۰^{-۳})(۱/۰۶) = ۹/۴۶\times۱۰^{-۲}\ \text{V}$

۶۵- اختلاف پتانسیل V بر سیمی با مساحت مقطع A، طول L و مقاومت ویژهٔ ρ اعمال شده است. اگر بخواهید اختلاف پتانسیل اعمال شده را تغییر دهید و سیم را بکشید به طوری که آهنگ اتلاف انرژی ۳۰/۰ برابر و جریان ۴/۰۰ برابر شود، با فرض اینکه چگالی سیم تغییر نکند، (الف) نسبت طول جدید به L و (ب) نسبت مساحت مقطع جدید به A چقدر است؟

حل: (الف) و (ب)

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{R_۲ i_۲^۲}{R_۱ i_۱^۲} \Rightarrow ۳۰ = \frac{R_۲}{R_۱}(۱۶) \Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱} = \frac{۱۵}{۸}$$

حجم پس از کشیدن سیم تغییر نمی‌کند لذا داریم

$$A_۱L_۱ = A_۲L_۲ \Rightarrow \frac{A_۱}{A_۲} = \frac{L_۲}{L_۱}$$
$$\frac{R_۲}{R_۱} = \frac{L_۲A_۱}{L_۱A_۲} = \left(\frac{L_۲}{L_۱}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۱۵}{۸} = \left(\frac{L_۲}{L_۱}\right)^۲ \Rightarrow \frac{L_۲}{L_۱} = ۱/۳۷$$
$$\frac{A_۲}{A_۱} = \frac{۱}{۱/۳۷} = ۰/۷۳$$

۶۶- چراغ‌های یک ماشین در حال حرکت نیازمند تقریباً ۱۰A از یک مولد ۱۲ ولتی است که توسط موتور تأمین می‌شود. فرض کنید کارایی مولد ۸۰ ٪ است (توان الکتریکی خروجی آن ۸۰ ٪ توان مکانیکی ورودی آن است). مقدار اسب بخار موتور را که باید برای کار چراغ‌ها اعمال شود محاسبه کنید.

حل: توان مورد نیاز برحسب اسب بخار برابر است با

$$P = \frac{V_i}{۰/۸} = \frac{(۱۲)(۱۰)}{(۰/۸)(۷۴۶)} = ۰/۲\text{hp}$$

۶۷- یک بخاری ۵۰۰W طوری طراحی شده است که با اختلاف پتانسیل اعمالی ۱۱۵V کار کند. (الف) اگر اختلاف پتانسیل اعمال شده به ۱۱۰V برسد، خروجی گرما چند درصد کاهش می‌یابد؟ فرض کنید مقاومت تغییر نمی‌کند. (ب) اگر تغییر مقاومت با دما را در نظر بگیرید، آیا کاهش در خروجی گرما بیشتر از مقدار محاسبه شده در (الف) می‌شود یا کمتر؟

حل: (الف) $P = \frac{V^۲}{R}$, $P' = \frac{V'^۲}{R}$

$$\frac{P'}{p} = \left(\frac{V'}{V}\right)^۲ \Rightarrow \frac{P'}{۵۰۰} = \left(\frac{۱۱۰}{۱۱۵}\right)^۲ \Rightarrow P' = ۴۵۷/۵\ \text{W}$$
$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{۴۵۷/۵ - ۵۰۰}{۵۰۰} = -۰/۰۸۵$$ یا ٪۸/۵

(ب) با افت ولتاژ جریان کاهش می‌یابد و با کاهش جریان، دما و مقدار مقاومت نیز کاهش می‌یابد لذا توان مصرفی نسبت به حالت قبل بیشتر می‌گردد، یعنی ΔP کاهش می‌یابد.

۶۸- مقاومت سیم‌پیچ‌های مسی موتوری در ۲۰°C وقتی که کار نمی‌کند ۳۰Ω است. پس از اینکه موتور چند ساعت کار کند، مقاومت آن به ۵۸Ω می‌رسد. اکنون دمای سیم‌پیچ‌ها چقدر است؟ از تغییرات در ابعاد سیم‌پیچ‌ها چشم‌پوشی کنید. (به جدول ۲۲-۱ نگاه کنید.)

حل: $R - R_۰ = R_۰\,\alpha\,(T - T_۰)$

$$۵۸ - ۵۰ = (۵۰)(۴/۳\times۱۰^{-۳})(T - ۲۰) \Rightarrow T = ۵۷/۲^\circ\text{C}$$

۶۹- چقدر انرژی در مدت ۲/۰۰h توسط یک مقاومت الکتریکی ۴۰۰Ω به هنگام اعمال پتانسیل ۹۰/۰V مصرف می‌شود؟

حل: $W = Pt = \frac{V^۲}{R}t = \frac{(۹۰)^۲}{۴۰۰}(۲)(۳۶۰۰) = ۱/۴۶\times۱۰^۵\ \text{J}$

۷۰- هزارپایی به طول ۴/۰cm در جهت سوق الکترون در طول یک سیم مسی لخت به قطر ۵/۲mm که حامل جریان یکنواخت ۱۲A است می‌خزد. (الف) اختلاف پتانسیل بین دو سر هزارپا چقدر است؟ (ب) دم آن نسبت به سر آن مثبت است یا منفی؟ (پ) اگر خزیدن آن با تندی سوقی الکترونها انجام گیرد، چقدر طول می‌کشد تا هزارپا ۱/۰cm را طی کند؟ (تعداد حاملهای بار بر یکای حجم $۸/۴۹\times۱۰^{۲۸}\ \text{m}^{-۳}$ است.)

حل: (الف)

$$V = iR = i\rho_{cu}\frac{L}{A} = (۱۲)(۱/۶۹\times۱۰^{-۸})\frac{۴\times۱۰^{-۲}}{\pi(۵/۲\times۱۰^{-۳})^۲}$$
$$= ۳/۸\times۱۰^{-۴}\ \text{V}$$

(ب) چون حرکت هزارپا در جهت سوق الکترون است و الکترون به طرف پتانسیل بالاتر می‌رود. سر آن نسبت به دمش در پتانسیل بالاتری قرار دارد.

(پ)
$$j = \frac{i}{A} = nev_d \Rightarrow \frac{۱۲}{\pi(۵/۲\times۱۰^{-۳})^۲}$$
$$= (۸/۴۹\times۱۰^{۲۸})(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})v_d$$
$$v_d = ۴/۱۷\times۱۰^{-۵}\ \text{m/s}$$
$$L = v_d t \Rightarrow ۰/۰۱ = (۴/۱۷\times۱۰^{-۵})t \Rightarrow t = ۲۳۹\text{s}$$

۷۱- **SSM** (الف) در چه دمایی مقاومت یک رسانای مسی دو برابر مقاومت آن در ۲۰°C می‌شود؟ (۲۰/۰°C را به عنوان نقطهٔ مرجع در معادلهٔ ۲۲-۱۷ در نظر بگیرید؛ پاسخ خود را با شکل ۲۲-۱۰ مقایسه کنید.) (ب) آیا این «دمای دو برابر» برای همهٔ رساناهای مسی بدون توجه به شکل یا اندازه برقرار است؟

حل: $R - R_۰ = R_۰\alpha\Delta T = R_۰\alpha(T - T_۰)$

$$۲R_۰ - R_۰ = R_۰(۴/۳\times۱۰^{-۳})(T - ۲۰) \Rightarrow T = ۲۵۲^\circ\text{C}$$

۷۲- مساحت مقطع یک ریل فولادی واگن شهری $۵۶/۰\ \text{cm}^۲$ است. مقاومت ۱۰/۰km ریل چقدر است؟ مقاومت ویژهٔ فولاد $۳/۰۰\times۱۰^{-۷}\ \Omega.\text{m}$ است.

حل: $R = \rho\frac{L}{A} = (۳\times۱۰^{-۷})\frac{۱۰\times۱۰^۳}{۵۶\times۱۰^{-۴}} = ۰/۵۳۶\Omega$

۷۳- **GO** پیچه‌ای از سیم نیکروم در مایعی غوطه‌ور شده است و جریانی از آن می‌گذرد (نیکروم آلیاژ نیکل- کروم- آهن است که عموماً در عنصرهای گرم کننده استفاده می‌شود.) وقتی اختلاف پتانسیل پیچه ۱۲V و جریانی که از آن می‌گذرد ۵/۲A باشد، مایع با آهنگ پایای ۲۱mg/s تبخیر می‌شود. گرمای تبخیر مایع را محاسبه کنید. (به بخش ۱۴-۸ نگاه کنید.)

حل: توان اتلاف شده برابر است با

$$P = Vi = (۱۲)(۵/۲) = ۶۲/۴\ \text{W}$$

گرمایی که مایع می‌گیرد تا به جوش آید را می‌توان از رابطه $Q = mL_v$ به دست آورد و در نتیجه آهنگ آن برابر است با $dQ/dt = L_v dm/dt$ در نتیجه داریم:

$$Vi = L_v\frac{dm}{dt} \Rightarrow ۶۲/۴ = L_v(۲۱\times۱۰^{-۶}) \Rightarrow L_v = ۲/۹۷\,\text{J/kg}$$

۷۴- اختلاف پتانسیل ۱۲V بر یک سیم مسی (دایره‌ای) به طول ۴۵m و شعاع ۲/۰mm اعمال می‌شود. چه مقدار انرژی گرمایی به وسیلهٔ جریان در مدت ۴۰s تولید می‌شود؟

حل:

$$R = \rho\frac{L}{A} = (۱/۶۹\times۱۰^{-۸})\frac{۴۵}{\pi(۲\times۱۰^{-۳})^۲} = ۶/۰۴\times۱۰^{-۲}\ \Omega$$
$$W = Pt = \frac{V^۲}{R}t = \frac{(۱۲)^۲}{۶/۰۴\times۱۰^{-۲}}(۴۰) = ۹/۵۴\times۱۰^۴\ \text{J}$$

۷۵- یک لامپ پرتو ایکس با جریان $۷/۰۰\,mA$ و اختلاف پتانسیل $۸۰/۰\,kV$ کار می‌کند. توان آن برحسب وات چقدر است؟

حل: $P = Vi = (۸۰\times۱۰^{۳})(۷\times۱۰^{-۳}) = ۵۶۰\,W$

۷۶- وقتی یک اختلاف پتانسیل به قدر کافی زیاد به دو الکترود یک لامپ تخلیهٔ گازی اعمال شود، جریانی در آن برقرار می‌شود. گاز یونیده می‌شود؛ الکترون‌ها به طرف پایانهٔ مثبت و یون‌های مثبت باردار به طرف پایانهٔ منفی حرکت می‌کنند. (الف) در یک لامپ تخلیهٔ هیدروژن که در آن $۳/۱\times۱۰^{۱۸}$ الکترون و $۱/۱\times۱۰^{۱۸}$ پروتون در هر ثانیه از مساحت مقطع هر بخش لوله می‌گذرند، جریان چقدر است؟ (ب) جهت چگالی جریان $\vec{J}$ به طرف پایانه منفی است یا از آن دور می‌شود؟

حل: تعداد ذرات در هر ثانیه از سطح مقطع جریان را به دست می‌دهد، لذا می‌توان نوشت:

$$i = i_e + i_p = (n_e + n_p)e$$
$$= (۳/۱\times۱۰^{۱۸} + ۱/۱\times۱۰^{۱۸})(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})$$
$$= ۰/۶۷۲A$$